



# Blickmuster: Untersuchung von Strategien beim Umgang mit indirekt proportionalen Funktionsgraphen im thermodynamischen Kontext

P. Fehlinger<sup>1\*</sup>, S. Becker-Genschow<sup>2</sup>, B. Watzka<sup>1</sup>

<sup>1</sup>RWTH Aachen University, Institute of Physics IA, Didactics of Physics and Technics, Sommerfeldstraße 16, 52074 Aachen, Germany

<sup>2</sup>University of Cologne, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Digital Education Research, Herbert-Lewin-Straße 10, 50931 Cologne, Germany

## Abstract

Die Unterscheidung mathematischer Funktionen ist entscheidend für das Verständnis komplexer Konzepte in Mathematik und Physik. Besonders die Differenzierung von Graphen indirekt proportionaler und anderer Potenzfunktionen stellt viele Lernende vor Herausforderungen, die sich in den Strategien der Lernenden widerspiegeln. Diese Studie untersuchte das Blickverhalten von 80 Zehntklässler\*innen bei der Identifikation isothermer Zustandsänderungen in  $p$ - $V$ -Diagrammen. Mithilfe von Eye-Tracking und retrospektiven Interviews wurden zwei Strategien identifiziert: der Fokus auf Wertepaare, bei dem Druck- und Volumenwerte verglichen werden, und der Fokus auf den Funktionsgraphen, bei dem der Kurvenverlauf analysiert wird. Lernende, die sich auf Wertepaare konzentrierten, zeigten vorwiegend horizontale und vertikale Blickbewegungen, während der Fokus auf den Funktionsgraphen mit diagonalen Blicksprüngen einherging. Viele Lernende fokussierten sich beim Betrachten des Funktionsgraphen jedoch auf irrelevante Aspekte, wie die Lage der Kurve, was zu Verwechslungen zwischen isothermen und adiabatischen Zustandsänderungen führte. Die Ergebnisse liefern wichtige Hinweise für die Entwicklung adaptiver Lehrmethoden, die an die spezifischen Strategien und Blickbewegungsmuster der Lernenden angepasst sind, um das Verständnis thermodynamischer Funktionsgraphen zu verbessern.

The ability to distinguish mathematical functions is crucial for understanding complex concepts in mathematics and physics. Differentiating graphs of indirectly proportional functions from other power functions poses significant challenges for many students, which is reflected in their strategies. This study examined the gaze behavior of 80 tenth-grade students when identifying isothermal changes of state in  $p$ - $V$  diagrams. Using gaze data and retrospective interviews, two primary strategies were identified: a focus on value pairs, where pressure and volume values were compared, and a focus on the graph of function, where the curve's trajectory was analyzed. Students who focused on value pairs exhibited mostly horizontal and vertical gaze movements, while those concentrating on the graph of function demonstrated diagonal saccades. However, many students focusing on the graph of function paid attention to irrelevant aspects, such as the position of the curve, which led to confusion between isothermal and adiabatic changes of state. The results provide insights essential for developing adaptive teaching methods that are aligned with learners' specific strategies and eye movement patterns to improve their understanding of thermodynamic function graphs.

\*Corresponding author: [fehlinger@physik.rwth-aachen.de](mailto:fehlinger@physik.rwth-aachen.de)

## 1. Einleitung

Die aktuelle Bildungsforschung beschäftigt sich zunehmend mit der Frage, wie digitale Lernmethoden effektiv in den Unterricht integriert werden können, um individuelle Lernprozesse besser zu unterstützen. Ein zentrales Ziel besteht darin, zu untersuchen, wie Lernende unterschiedliche Darstellungsformen nutzen, um komplexe Informationen erfolgreich zu verarbeiten. Funktionsgraphen spielen in den MINT-Fächern eine zentrale Rolle, da sie Lernende beim Verstehen funktionaler Beziehungen unterstützen.

Ein typisches Beispiel hierfür sind indirekt proportionale Funktionen in der Thermodynamik, die isotherme Zustandsänderungen in  $p$ - $V$ -Diagrammen beschreiben. Sie nehmen sowohl im Mathematik- als auch im Physikunterricht der Sekundarstufe eine zentrale Stellung ein.

Lernende haben jedoch oft Schwierigkeiten, die Bedeutung solcher Funktionsgraphen zu erfassen [1-3]. Im thermodynamischen Bereich zeigt sich dies insbesondere darin, dass Lernende Schwierigkeiten haben, isotherme und adiabatische Zustandsänderungen in einem  $p$ - $V$ -Diagramm korrekt zu unterscheiden [2, 3]. Dies wird auch an den gewählten Bearbeitungsstrategien deutlich, die nicht immer zielführend sind, wenn es darum geht, den funktionalen Zusammenhang zu erfassen – wie exemplarisch in diesem Artikel gezeigt wird [1]. Problematisch ist dabei, dass Lehrkräfte vor der Herausforderung stehen, die Lernhindernisse ihrer Schülerinnen und Schüler zutreffend einzuschätzen [4].

Blickdatenanalysen bieten wertvolle Einblicke in die Strategien der Lernenden und können zur Optimierung von Lehrmethoden beitragen. In dieser Studie werden sie zusammen mit verbalen Daten genutzt, um zu untersuchen, wie Lernende isotherme Zustandsänderungen erkennen und von adiabatischen Zustandsänderungen unterscheiden.

## 2. Isotherme Zustandsänderung

Bei einer reversiblen, isothermen Zustandsänderung bleibt die Temperatur des Systems konstant, während der Druck sich umgekehrt proportional zum Volumen verhält.

Das Produkt aus Druck und Volumen bleibt dabei konstant. Im  $p$ - $V$ -Diagramm wird eine solche isotherme Zustandsänderung als rechtwinklige Hyperbel dargestellt (siehe Abb. 1A). Bei reversiblen adiabatischen Zustandsänderungen findet kein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt, da das System thermisch isoliert ist [5]. Im  $p$ - $V$ -Diagramm werden solche adiabatischen Zustandsänderungen als Potenzfunktionen dargestellt, die keine indirekte Proportionalität zwischen Druck und Volumen zeigen (siehe Abb. 1B).

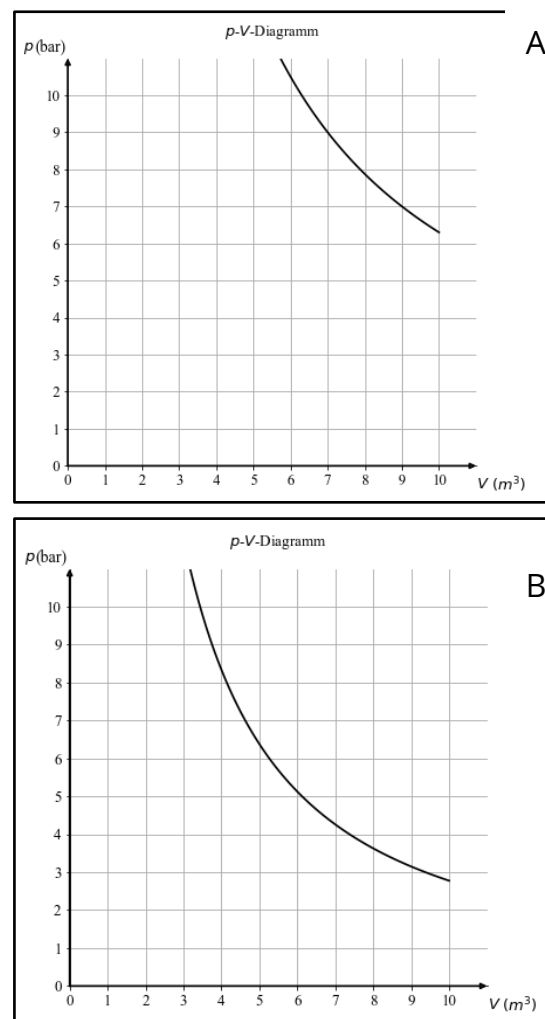


Abb. 1: Darstellung einer isothermen Zustandsänderung (A) und einer adiabatischen Zustandsänderung (B) im  $p$ - $V$ -Diagramm. Item T1 aus der in PRPER veröffentlichten empirischen Studie [1].

Zur Interpretation thermodynamischer Zustandsänderungen reichen physikalische Kenntnisse allein nicht aus. Erforderlich ist darüber hinaus ein funktionales Denken, das auch mathematisches Verständnis umfasst.

Dazu zählen insbesondere Kenntnisse über Proportionalitätszusammenhänge, den Ver-

lauf und die Interpretation von Funktionsgraphen sowie der Zusammenhang zwischen Variablen wie Druck und Volumen.

Pinker [6] postuliert, dass das Verständnis zur Interpretation eines Funktionsgraphen als ein Diagrammschema im Gedächtnis gespeichert wird. Dieses Diagrammschema wird von Pinker [6] als eine Wissensstruktur beschrieben, die Informationen über Operatoren umfasst, welche es ermöglichen, relevante Daten aus einem Funktionsgraphen zu extrahieren. Dabei spielen sowohl wesentliche Elemente der Wahrnehmung als auch Prozesse des Arbeits- und Langzeitgedächtnisses eine entscheidende Rolle [6].

### 3. Untersuchung von Strategien

Ein tiefes Verständnis der kognitiven Prozesse, die Lernende bei der Bearbeitung von Aufgaben anwenden, ist entscheidend für die Optimierung von Lehr- und Lernprozessen. Eye-Tracking und retrospektive Laut-Denk-Protokolle (RLDP) sind effektive Methoden zur Aufdeckung der Strategien, die beim Lösen von Aufgaben eingesetzt werden. Diese Methoden erlauben Rückschlüsse auf die zugrunde liegenden kognitiven Prozesse [7-11].

Beim Eye-Tracking zur Analyse von Bearbeitungsstrategien sind neben Transitionen und Fixationen auch Sakkadenrichtungen wichtig [7, 8]. Transitionen zeigen Wechsel zwischen fixierten Bereichen, während Sakkaden schnelle Augenbewegungen zwischen Fixationspunkten darstellen. Die Richtung der Sakkaden liefert Hinweise darauf, wie Texte oder Diagramme gelesen und interpretiert werden [8]. Die Triangulation mit RLDP ermöglicht eine weitergehende Optimierung der Analyse von Bearbeitungsstrategien [9], indem die Teilnehmenden nach Abschluss einer Aufgabe ihre Handlungen reflektieren [10].

In einer Studie von Thomanek et al. [11] wurden Blickdaten und verbale Daten genutzt, um Strategien bei der Analyse des Änderungsverhaltens von Graphen in realen Kontexten zu untersuchen. Dadurch konnten zwei Hauptstrategien identifiziert werden.

Zum einen die Analyse des gesamten Funktionsgraphenverlaufs und die abschnittsweise Betrachtung anhand konkreter Wertepaare. Die verbalen Daten stimmten gut mit den

Blickdaten überein und lieferten zudem wertvolle Einblicke in die Vorgehensweisen im situativen Kontext [10].

Dies unterstreicht die Bedeutung von Eye-Tracking und unterstützenden Interviews zur Anregung RLDP.

### 4. Ziel

Basierend auf den Erkenntnissen von Thomanek et al. [11] zielt diese Untersuchung darauf ab, die Bearbeitungsstrategien von Lernenden bei der Identifikation von Graphen indirekt proportionaler Funktionen in einem thermodynamischen Kontext zu klassifizieren und die Sakkadenrichtungen in den jeweiligen Bearbeitungsstrategien zu analysieren. Ziel ist es, die Bearbeitungsstrategien im Umgang mit indirekt proportionalen Funktionsgraphen zu analysieren und diese mit den Sakkadenrichtungen in Beziehung zu setzen, da diese für die Untersuchung kognitiver Prozesse eine wichtige Rolle spielen. Dabei stellt sich die folgende Forschungsfrage: *Wie lassen sich die Bearbeitungsstrategien von Lernenden bei der Identifikation indirekt proportionaler Funktionsgraphen im thermodynamischen Kontext klassifizieren, und welche charakteristischen Sakkadenrichtungen sind diesen Strategien zuzuordnen?*

Durch die Kombination von Eye-Tracking-Daten und verbalen Äußerungen soll ein tieferes Verständnis der kognitiven Prozesse gewonnen werden.

### 5. Methodisches Vorgehen

Insgesamt nahmen 80 Lernende der 10. Klasse aus weiterführenden Schulen einer mittelgroßen deutschen Stadt an der Studie teil (45 weiblich, 34 männlich, 1 keine Angabe). Das durchschnittliche Alter betrug 15,47 Jahre ( $SD = 1,66$ ); eine Person gab das Alter nicht an. Die Untersuchung gliederte sich in drei Teile (siehe Abb. 2). Im ersten Schritt wiederholten die Lernenden eigenständig thermodynamische Zustandsänderungen, um ihr Wissen aus der 8. Klasse anhand eines Handouts zu reaktivieren. Anschließend wurde ein Funktionsgraphentest (siehe Abschnitt 6) durchgeführt, während gleichzeitig Blickdaten mithilfe eines stationären Eye-Trackers (Tobii Pro Fusion) erfasst wurden.

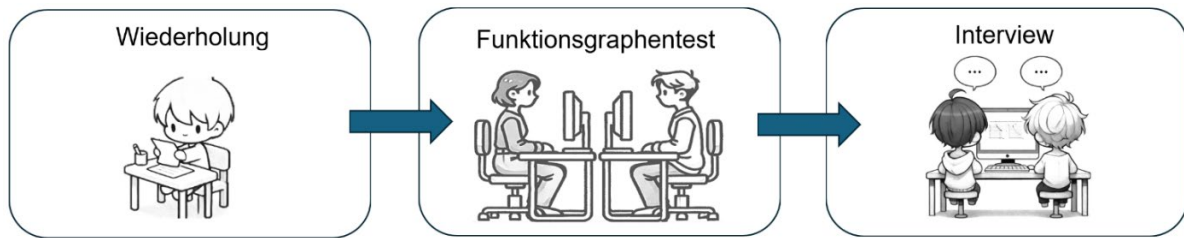


Abb. 2: Ablauf der Studie zur Untersuchung von Blickbewegungsmustern bei der Identifikation isothermer Zustandsänderungen im  $p$ - $V$ -Diagramm. Das Bild wurde mithilfe von ChatGPT-4o erstellt.

Danach wurden den Lernenden Fragen zu ihren Vorgehensweisen gestellt, um ihre Bearbeitungsstrategien genauer zu erfassen und die Blickdaten zu validieren. Zur Unterstützung wurde den Teilnehmenden während des Interviews eine Aufzeichnung ihrer Blickbewegungen anhand eines Blickpfades gezeigt, um so ihr Erinnerungsvermögen zu fördern. Ein zentraler Vorteil von Blickpfaden besteht darin, dass sie den Bearbeitungsverlauf Schritt für Schritt abbilden und so eine detaillierte Rekonstruktion kognitiver Prozesse ermöglichen. Weitere Details können in der Studie von Fehlinger et al. [1] nachgelesen werden.

## 6. Funktionsgraphentest

Grundlage der Untersuchung ist ein Testinstrument mit drei Items im thermodynamischen Kontext, das zur Erfassung des Verständnisses von Funktionsgraphen entwickelt wurde (Cronbachs Alpha = 0,75). Für die hier vorliegende Analyse wurde ein repräsentatives Item ausgewählt, das exemplarisch Einblick in die Bearbeitungsstrategien der Lernenden gibt. Eine weiterführende Auswertung aller Items ist bei Fehlinger et al. [1] dokumentiert.

Die jeweiligen Items des Testinstruments wurden als Multiple-Choice-Aufgabe konzipiert, in denen zwischen isothermen und adiabatischen Zustandsänderungen unterschieden werden musste; das analysierte Beispielitem stellt dabei eine charakteristische Ausprägung dieses Aufgabenformats dar (siehe Abbildung 4). Ziel war es, die isotherme Zustandsänderung korrekt zu identifizieren.

Die Teilnehmenden sollten ihr Blickverhalten möglichst gezielt steuern, sodass ein Außenstehender anhand der aufgezeichneten Blickpfade nachvollziehen konnte, wie die Lösung der Aufgabe zustande kam. Um dies zu erleichtern, wurde ihnen zu Beginn der Untersuchung

eine Aufzeichnung ihrer eigenen Blickpfade aus einer vorherigen Aufgabe gezeigt. Auf diese Weise sollten die Teilnehmenden ein Verständnis dafür entwickeln, wie typische Blickpfade aussehen und wie ihr eigenes Blickverhalten durch diese Blickpfade dargestellt werden kann.

Der Test wurde digital durchgeführt, während das Blickverhalten der Lernenden mithilfe des Eye-Trackers Tobii Pro Fusion aufgezeichnet wurde. Das Szenario ist in Abbildung 3 detailliert dargestellt. Die Studienleitung und die teilnehmende Person saßen jeweils vor einem Bildschirm. Die teilnehmende Person bearbeitete die Aufgaben an einem Bildschirm mit Eye-Tracker, während die Studienleitung das Vorgehen in Echtzeit auf einem anderen Bildschirm anhand der Blickpfade verfolgte.

Dies ermöglichte es, erste Auffälligkeiten in der Bearbeitung zu erkennen und zu dokumentieren, um daraus gezielte Fragen für das anschließende Interview mithilfe eines standardisierten Fragekatalogs abzuleiten. Detaillierte Darstellungen zur methodischen Vorgehensweise finden sich im Artikel von Fehlinger et al. [1].

## 7. Auswertungsmethode

Für die Auswertung des oben definierten Teilziels wurde exemplarisch ein Item herangezogen, da dieses besonders repräsentativ für die zu untersuchenden Bearbeitungsstrategien und kognitiven Prozesse ist.

Die Kategorisierung der Bearbeitungsstrategien beim Umgang mit dem Graphen der indirekt proportionalen Funktion basierte auf den Blickdaten.

Dazu wurde das entsprechende Diagramm in relevante Bereiche wie Achsen, Ursprung, Beschriftungen, Argumente, Funktionswerte und den Funktionsgraphen selbst unterteilt, so-

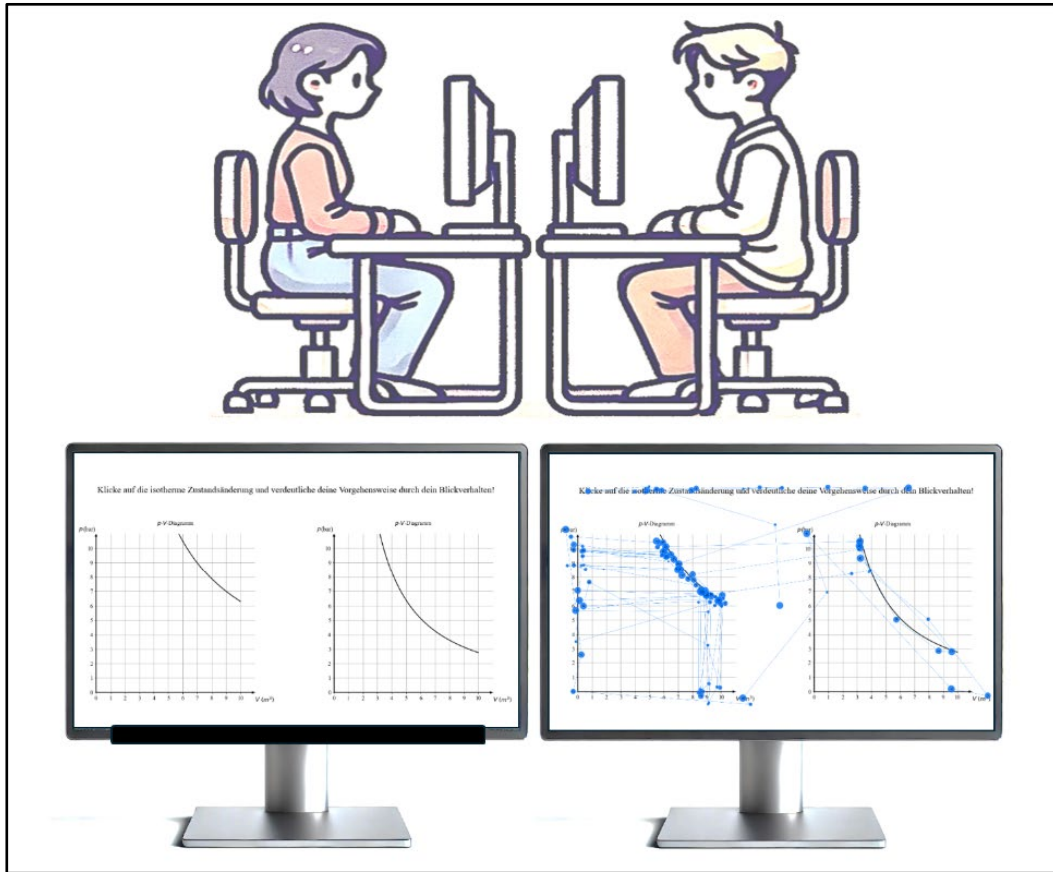


Abb. 3: Empirischer Versuchsaufbau zur Untersuchung der Blickbewegungsmuster bei der Identifikation isothermer Zustandsänderungen im p-V-Diagramm. Links bearbeitet ein Proband Aufgaben zur Identifikation isothermer Zustandsänderungen, während sein Blickverhalten mithilfe eines Eyetrackers aufgezeichnet wird. Rechts verfolgt die Studienleitung die Blickpfade des Probanden in Echtzeit. Die Bildschirme zeigen exemplarisch die jeweilige Sicht eines Probanden und der Studienleitung. Das Bild wurde mithilfe von ChatGPT-4o erstellt. Item T1 aus der in PRPER veröffentlichten empirischen Studie [1].

genannte AOIs (Areas of Interest) (siehe Abb. 4).

Die relevanten Bereiche wurden basierend auf der Darstellung der Fixationen in den Heatmaps festgelegt (siehe Abb. 5).

Zur Kategorisierung der Strategien wurden die Anzahl der Transitionen, Fixationen und Sakkadenrichtungen basierend auf den AOIs analysiert und eine hierarchische Clusteranalyse (Ward-Methode) durchgeführt [12]. Ergänzend wurden die verbalen Daten verwendet. Dazu wurden die Interviews transkribiert und einer qualitativen Inhaltsanalyse unterzogen [13].

Anschließend wurden die relevanten Passagen den geclusterten Bearbeitungsstrategien zugeordnet.

Um einen detaillierten Einblick in die Blickdaten der Bearbeitungsstrategien zu erhalten, wurden die Sakkadenrichtungen aller Teilneh-

menden genauer untersucht, da diese Hinweise auf die Art und Weise geben, wie das Diagramm gelesen und interpretiert wird [8].

Hierfür wurde eine Kerndichteschätzung auf die Sakkadenrichtungen angewendet, um diese kontinuierlich darzustellen.

## 8. Ergebnisse

Bereits in der Heatmap in Abbildung 5 ist zu erkennen, dass bei der Lösung der Aufgabe insbesondere der Funktionsgraph, bestimmte Punkte darauf sowie die Achsen mit den jeweiligen Werten genutzt wurden.

Abbildung 6 zeigt exemplarisch die Blickpfade, die den klassifizierten Bearbeitungsstrategien zugeordnet sind, sowie die Ergebnisse der Kerndichteschätzungen der Sakkadenrichtungen in Polardiagrammen. Durch die Cluster-

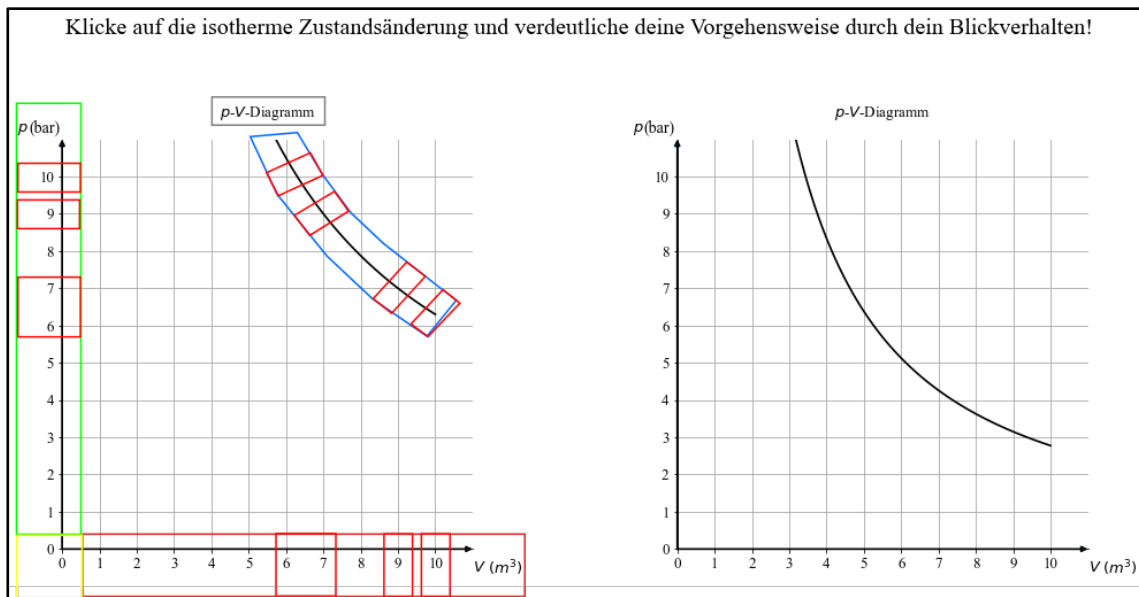


Abb. 4: Darstellung der Areas of Interests (AOIs) im p-V-Diagramm mit isothermer Zustandsänderung zur Untersuchung von Strategien. Item T1 aus der in PRPER veröffentlichten empirischen Studie [1].

analyse wurden zwei Strategien identifiziert: die 'Strategie des Fokus auf Wertepaare' (siehe Abb. 6A) und die 'Strategie des Fokus auf den Funktionsgraphen' (siehe Abb. 6B)

Beim „Fokus auf Wertepaare“ wechseln die Lernenden zwischen Punkten auf dem Funktionsgraphen und den Achsen (siehe Abb. 6A). Aus den Interviews geht hervor, dass sie zwei Zustände der Zustandsänderung analysieren, indem sie die Druck- und Volumenwerte vergleichen. Dabei prüfen sie, ob der Druck des ersten Zustands dem Volumen des zweiten Zustands entspricht und umgekehrt. Ein Proband erläutert dazu:

*„Habe die Punkte abgeglichen, ob die sich mit dem gleichen Faktor verändern. Und das war so. Deswegen habe ich mich dafür entschieden.“*

Die Blickbewegungen verlaufen dabei überwiegend horizontal und vertikal (siehe Abb. 6A, Polardiagramm).

Die Strategie „Fokus auf den Funktionsgraphen“ konzentriert sich auf den Verlauf des Funktionsgraphen (siehe Abb. 6B).

Laut Interviews analysieren die Lernenden vor allem den Verlauf und die Lage der Kurve, um typische Merkmale der isothermen Zustands-

änderung zu identifizieren. Ein Proband sagt beispielsweise:

*„... aber es verläuft halt kurviger als das andere. Das andere ist halt schon fast eine Gerade, also fast. Und deswegen habe ich das andere ausgewählt.“*

Dabei verlaufen die Sakkadenrichtungen diagonal (siehe Abb. 6B, Polardiagramm). Die Blickmuster und verbalen Daten offenbaren unterschiedliche Herangehensweisen und Schwierigkeiten.

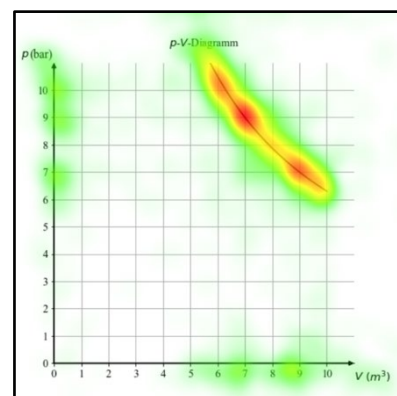


Abb. 5: Heatmap zur Darstellung der kumulierten Gesamtfixationszeit über die gesamte Bearbeitungszeit von 80 Lernenden. Rot = hohe, Grün = mittlere, Gelb = geringe Fixationsdauer. Item T1 aus der in PRPER veröffentlichten empirischen Studie [1].

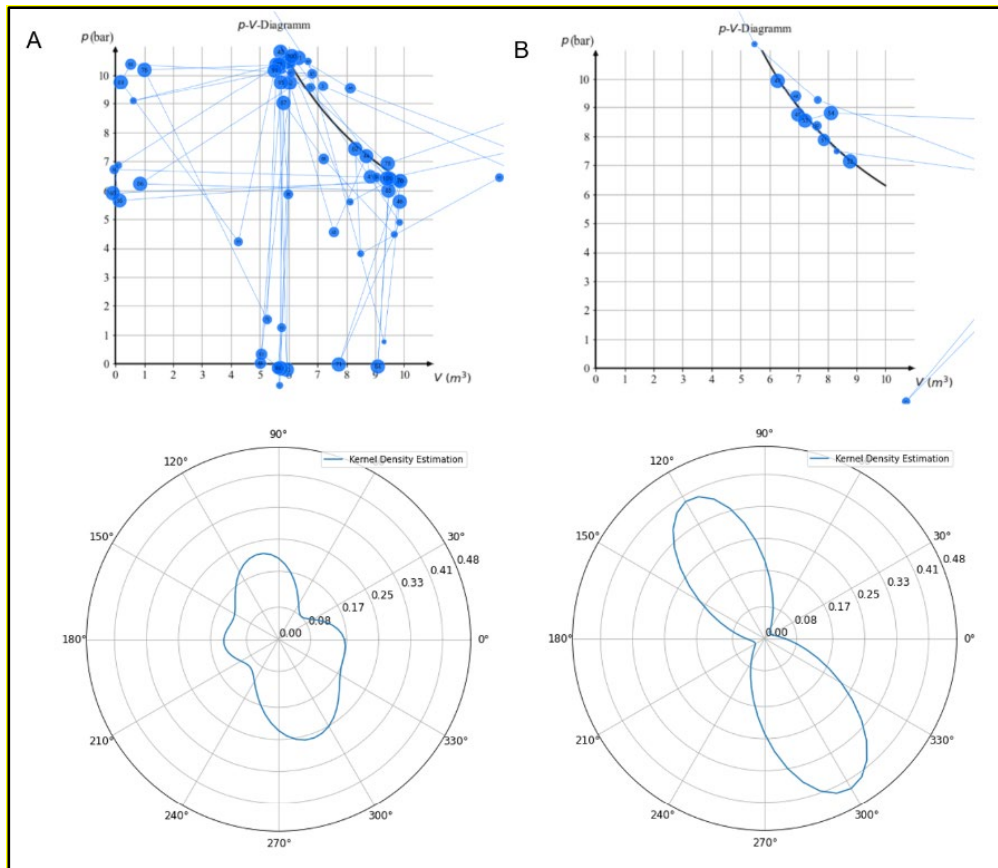


Abb. 6: Exemplarische Blickpfade der Bearbeitungsstrategien Fokus auf Wertepaare (A) und Fokus auf Funktionsgraphen (B). Die unteren Abbildungen zeigen jeweils die Kerndichteschätzungen (KDS) der Sakkadenrichtungen für die jeweiligen Bearbeitungsstrategien. Item T1 aus der in PRPER veröffentlichten empirischen Studie [1].

## 9. Diskussion

Die Clusterbildung basierend auf den Blickdaten sowie die Analyse der Sakkadenrichtungen liefern wertvolle Einblicke in die Bearbeitungsstrategien der Lernenden bei der Identifikation isothermer Zustandsänderungen im  $p$ - $V$ -Diagramm. Ergänzend dazu bieten die verbalen Daten tiefere Einblicke in die Bearbeitungsstrategien und offenbaren Lernschwierigkeiten, die eine erfolgreiche Identifikation erschweren.

Es konnten zwei Bearbeitungsstrategien identifiziert werden, die jenen aus der Studie von Thomanek et al. [11] ähneln. Die Teilnehmenden verteilten sich dabei gleichmäßig auf beide Strategien (jeweils 50 %). Zum einen wurde der Funktionsgraph abschnittsweise anhand konkreter Wertepaare analysiert, was sich in überwiegend waagerechten und senkrechten Sakkaden widerspiegelt. Zum anderen wurde der Graph in seiner Gesamtheit betrachtet, wobei vor allem diagonale Sakkaden auf eine ganzheitliche Erfassung des Funktionsverlaufs hindeuten.

Besonders die Analyse der Wertepaare stellt eine solide Bearbeitungsstrategie dar, die dem Test einer Produktgleichheit nahekommt. Der Fokus auf den Funktionsgraphen erweist sich als erfolgreiche Strategie, wenn die Lernenden überprüfen, ob der Graph den Verlauf einer rechtwinkligen Hyperbel aufweist. Diese Strategie zur Identifikation isothermer Zustandsänderungen wird jedoch fehleranfällig, wenn der Schwerpunkt beispielsweise auf die Lage des Graphen gelegt wird. Die ausschließliche Orientierung an der Lage des Graphen – etwa daran, ob er „oben“ oder „unten“ im Diagramm verläuft – kann zu Fehlinterpretationen führen, da sich isotherme und adiabatische Zustandsänderungen in ihrer graphischen Darstellung unter bestimmten Bedingungen ähneln können. Der entscheidende Unterschied liegt jedoch im funktionalen Verlauf der Kurve, der nicht allein durch die Lage im Diagramm bestimmt werden kann. Dies deutet auf Schwierigkeiten der Lernenden im Umgang mit Graphen indirekt proportionaler Funktionen hin.

Detaillierte Informationen zu den Bearbeitungsstrategien finden sich in der Studie von Fehlinger et al [1].

Aus einer zukunftsorientierten Perspektive für adaptive Unterstützungssysteme ist es von großem Vorteil, dass die Sakkadenrichtungen spezifische Merkmale in den jeweiligen Bearbeitungsstrategien aufweisen. Diese ermöglichen es, anhand der Blickbewegungsmuster präzise Rückschlüsse auf die Herangehensweise der Lernenden zu ziehen, wodurch individuell angepasste Hilfestellungen gezielt implementiert werden können.

## 10. Fazit

Vorangegangene Studien belegen, dass Lernende häufig Probleme bei der Analyse von Funktionsgraphen haben, während Lehrkräfte diese Schwierigkeiten oftmals nur unzureichend wahrnehmen [2–4]. Dabei existieren grundsätzlich geeignete didaktische Ansätze – wie der Einsatz multipler Darstellungsformen, der bewusste Wechsel zwischen verschiedenen Repräsentationen oder der Einsatz interaktiver Visualisierungstools –, die gezielt zur Förderung dieser Kompetenzen beitragen können.

Die Analyse der Blickbewegungen und verbalen Daten bietet wertvolle Einblicke in die Bearbeitungsstrategien und spezifischen Lernschwierigkeiten der Lernenden.

Ein zentrales Lesson Learned ist, dass Lernende beim Betrachten des Graphenverlaufs oft irrelevante Aspekte fokussieren und daher isotherme von adiabatischen Prozessen schwer unterscheiden können. Dies verdeutlicht die Notwendigkeit gezielter Hilfestellungen für ein besseres Verständnis thermodynamischer Zustandsänderungen.

## Literatur

- [1] Fehlinger, P., Becker-Genschow, S. & Watzka, B. Gaze behavior as a key to revealing strategies for identifying indirectly proportional graphs in thermodynamic and mathematical context. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 21, 020129.
- [2] Adila, A. S. D., Sutopo & Wartono (2018). Students' reasoning in analyzing temperature from PV diagram representing unfamiliar thermodynamics process. *Journal of Physics Conference*, 1097(1), 012012.
- [3] Saepuzaman, D., Sriyansyah, S. P. & Karim, S. (2019). Unpacking Pre-service Physics Teachers' Understanding of the PVT Diagram and the Associated Mathematics. *Journal of Physics Conference Series* 1204, No. 1, 012032
- [4] Ostermann, A., Leuders, T. & Nückles, M. (2018). Improving the judgment of task difficulties: prospective teachers' diagnostic competence in the area of functions and graphs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 579-605.
- [5] Fermi, E. (2012). *Thermodynamics*. Courier Corporation.
- [6] Pinker, S. (1990). A theory of graph comprehension. In R. Freedle (Hrsg.), *Artificial intelligence and the future of testing* (S. 73-126). Erlbaum.
- [7] Unema, P. J. A., Pannasch, S., Joos, M. & Velichkovsky, B. M. (2005). Time course of information processing during scene perception: The relationship between saccade amplitude and fixation duration. *Visual Cognition*, 12(3), 473-494.
- [8] Klein, P., Hahn, L., & Kuhn, J. (2021). Einfluss visueller Hilfen und räumlicher Fähigkeiten auf die graphische Interpretation von Vektorfeldern: Eine Eye-Tracking-Untersuchung. *ZfDN*, 27, 181-201.
- [9] Kiili, K., Ketamo, H., Koivisto, A., & Finn, E. (2014). Studying the user experience of a tablet based math game. *International Journal of Game-Based Learning (IJGBL)*, 4(1), 60-77.
- [10] Guan, Z., Lee, S., Cuddihy, E., & Ramey, J. (2006, April). The validity of the stimulated retrospective think-aloud method as measured by eye tracking. In *Proceedings of the SIGCHI conference on Human Factors in computing systems* (pp. 1253-1262).
- [11] Thomaneck, A., Vollstedt, M., & Schindler, M. (2023). Eye-Tracking und Stimulated Recall Interviews zur Strategieanalyse bei der Erfassung der Änderung von Graphen.
- [12] Ward, J. H. (1963). Hierarchical grouping to optimize an objective function. *Journal of the American Statistical Association*, 58 (301), 236–244.
- [13] Kuckartz, U. (2019). Qualitative text analysis: A systematic approach. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 181-197). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_6)